Олег Никифорчин

Лінійна алгебра та елементи геометрії

Підтримано грантом програми
“Talents for Ukraine”
Благодійного фонду “Київська школа
економіки”

Івано-Франківськ

2024

УДК 512.64; 514.74

MSC 2020: 15-01

Н62

Підтримано грантом програми “Talents for Ukraine” Благодійного фонду “Київська школа економіки”.

Схвалено до друку вченою радою факультету математики та інформатики Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Рецензенти: чл.-кор. НАН України, проф., д.ф.-м.н. С.І. Максименко, завідувач відділу алгебри і топології Інституту математики НАН України;

с.н.с., к.ф.-м.н. О.В. Гутік, доцент кафедри алгебри, топології та основ математики Львівського національного університету ім. Івана Франка.

Никифорчин, Олег

Н62 Лінійна алгебра та елементи геометрії / Олег Никифорчин. — Івано-Франківськ: Голіней О.В., 2024. — 346 с.

ISBN 978-617-95377-6-9

В посібнику у вигляді курсу лекцій викладено основи лінійної алгебри з застосуваннями до геометрії образів першого та другого степеня. Кожна лекція супроводжується завданнями для самостійного розв’язування.

УДК 512.64; 514.74

ISBN 978-617-95377-6-9

Зміст

Przedmowa do polskiego wydania

Skrypt ten powstał z notatek do wykładów z algebry liniowej z geometrią, prowadzonych przez autora w Instytucie matematyki Uniwersytetu Kazimierza Wielkiego w Bydgoszczy. Ostatecznie autor zdecydował się na jego napisanie dzięki inicjatywie uporządkowania i uzgodnienia struktury i treści przedmiotów algebraicznych w programie studiów na kierunku Matematyka.

Skrypt został ułożony w ten sposób, aby mógł służyć jako konspekt wykładu, dlatego jego struktura odzwierciedla aktualny program przedmiotu, w szczególności, przydzielony czas (po 45 godzin wykładów w dwóch semestrach). Każda z dwóch części została podzielona na 15 "wykładów" (tematów), które przeciętnie udaje się zmieścić w 3 godziny akademickie. Materiał "mniej obowiązkowy" jest oznaczony jedną kreską, a trudniejszy dwiema kreskami na marginesie, co pozwala wykładowcy lub czytelnikowi dostosować tekst do bilansu czasu, poziomu rocznika lub celów studiowania przedmiotu.

Głównym kryterium podczas napisania była naturalność kolejności: ma być zrozumiałe, skąd wszystko się bierze i dlaczego służy. Ma to efekt uboczny, nie zawsze pożądany, że pojęcia abstrakcyjne, na przykład, ciała lub przestrzenie wektorowe, pojawiają się już na pierwszych zajęciach. Autor starał się skompensować to rozmaitymi przykładami, aby słuchacz lub czytelnik mógł odczuć te obiekty "w ciele i krwi". Wymagania wstępne obejmują tylko program matematyki szkolnej, więc książka z powodzeniem przyda się do samodzielnego opanowania przedmiotu, w szczególności, studentom specjalności przyrodniczych i technicznych.

Wskutek ograniczeń czasowych oraz pomyślanej roli książki jako "primer", tzn. podręcznika dla pierwszego zapoznania się z przedmiotem, część zagadnień klasycznych algebry liniowej została pominięta. Na przykład, nie znajdzie tu czytelnik przestrzeni ilorazowych, postaci normalnej Jordana, twierdzenia Hamiltona-Cayley'a lub operatorów normalnych. Dlatego zapraszamy wykładowców i studentów do korzystania z literatury uzupełniającej, niektóre pozycje której są podane w liście na końcu skryptu.

Każdemu wykładowi towarzyszy zbiór przykładowych zadań, który nie są obowiązkowe lub wyczerpujące, ale są tylko punktem wyjścia dla prowadzącego ćwiczenia. Czytelnik studiujący algebrę liniową z geometrią samodzielnie, może używać te zadania dla sprawdzenia, czy naprawdę pozornie zrozumiały materiał teoretyczny został oswojony. Duża część ich została zaczerpnięta z książek [**5, 10**], wielokrotnie wydawanych.

Autor składa serdeczne podziękowanie Koleżankom i Kolegom za wsparcie i cenne uwagi do roboczej wersji skryptu. Z wdzięcznością przyjmiemy sugestie i opinie czytelników.

Передмова до українського видання

Пропонуємо вашій увазі українську версію посібника з лінійної алгебри з елементами геометрії, яку автор готував одночасно з польською. Остаточним поштовхом до його написання стала ініціатива з упорядкування і узгодження структури і змісту алгебраїчних предметів на напрямку “Математика” Інституту математики Університету Казимира Великого в Бидґощі. На результат вплинув особистий педагогічний досвід автора, його уявлення про оптимальний зміст і послідовність вивчення лінійної алгебри, особливості програм та традиції викладання математики в Україні та Польщі. Як видається, взаємний вплив і порівняння могли б бути корисними, попри виразні відмінності. Скажімо, у Польщі побутує думка (котру автор не цілком поділяє), що аналітична геометрія є архаїчним предметом, який не заслуговує на окреме місце у навчальних планах математичних спеціальностей, тому її елементи побіжно у дуже обмеженому обсязі вивчаються разом з лінійною алгеброю. З іншого боку, в Україні аналітична геометрія, хоч і формує основи геометричного мислення, але переважно викладається досить ізольовано від алгебраїчних предметів, з униканням абстракції на користь практики, і є, мабуть, найбільш “шкільним” за духом курсом у програмі першого року навчання.

Структура цієї книжки відповідає діючій програмі і польському інтегрованому підходу, однак геометрична частина є розширеною, хоча й складає меншість обсягу. Ідея полягає у тому, що алгебра надає міцний абстрактний фундамент для геометрії, а геометрія дозволяє залучити уяву, візуалізувати алгебраїчні поняття та доведення і призвичаїти студента мислити про об’єкти числової природи в геометричних категоріях, що не раз придасться, наприклад, у функціональному аналізі чи диференціальній геометрії і топології.

Одне з призначень посібника — бути основою для лекційного курсу, орієнтовний навчальний час якого складає по 45 годин лекцій у двох семестрах. Дві частини поділено на 30 “лекцій” (тем), які в середньому вдається викласти за три академічні години (лекція 2 розділу V першої частини є “подвійною”, а лекцію 4 про жорданову форму у VI розділі другої частини можна вважати “бонусною”). Менш обов’язковий матеріал позначено однією рискою на полях, а складніший — двома. Це дозволяє читачеві або викладачеві регулювати обсяг відповідно до часу, аудиторії і потреб.

Головним критерієм при написанні була природність і послідовність: повинно бути зрозумілим, “звідки і навіщо”. Тому алгебра “смугами” чергується з геометрією, і впровадження понять та доведення фактів завжди передує їх використанню. Зокрема, поля чи векторні простори з’являються вже на перших заняттях. Автор намагався пом’якшити дискомфорт численними прикладами, щоб читач або слухач міг відчути ці об’єкти “в тілі і крові”. Виклад спирається тільки на знання шкільної математики, так що книжка може придатися і для самостійного вивчення предмету студентами не лише математичних, але й природничих і технічних спеціальностей.

Через часові обмеження та плановану роль книжки як “primer”, тобто підручника для початкового ознайомлення з предметом, автор був змушений оминути деякі класичні теми лінійної алгебри. Наприклад, читач не знайде тут теореми Гамільтона-Келі чи нормальних операторів. Тому закликаємо викладачів і студентів користуватись додатковою літературою.

Після кожної лекції подано підбірку вправ, яка є не обов’язковою чи вичерпною, а тільки орієнтиром для викладача, що проводить практичні заняття, а також “пробним каменем” для читача, який вивчає предмет самостійно. Значну частину вправ запозичено (переважно зі змінами) зі збірників [**5, 10**], перевірених часом і багаторазово перевиданих.

Автор висловлює щиру подяку колегам за підтримку і цінні зауваження до робочих версій посібника, у першу чергу докторові Лукашу Матисякові, який став першим читачем і уважним коректором, та рецензентам. З вдячністю приймемо відгуки і побажання.